FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

Note : (i) This Question Paper consists of *two* Sections, viz., 'A' and 'B'.

(ii) *All* questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.

(iii) Section 'B' has *two* options. Candidates are required to attempt questions from *one option* only.

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में **दो** खण्ड हैं—खण्ड 'अ' तथा खण्ड 'ब'।

(ii) खण्ड 'अ' के **सभी** प्रश्नों को हल करना है। कुछ प्रश्नों के अन्तर्गत विकल्प दिए गए हैं।

(iii) खण्ड 'ब' में **दो** विकल्प हैं। परीक्षार्थियों को केवल **एक विकल्प** के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

www.FirstRanker.com

SECTION–A

खण्ड–अ

1. If 1, , ^{2} are the cube roots of unity, then prove the following : 2

यदि 1, , ^{2} इकाई के घनमूल हैं, तो निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए :

$$(x \quad y)(x \quad y)(x \quad ^{2} \quad y) \quad x^{3} \quad y^{3}$$

2. How many telephone numbers of 5 digits can be constructed using the digits 0 to 9, if each number starts with 35 and no digits appear more than once? 2

अंकों 0 से 9 तक का प्रयोग करके 5 अंक वाले कितने टेलीफोन नम्बर बनाये जा सकते हैं, ताकि प्रत्येक नम्बर 35 से आरंभ हो तथा कोई अंक एक से अधिक बार न दोहराया जाये?

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

3. If ${}^{n}P_4 : {}^{n\ 1}P_5 \quad 3:1$, find the value of n. 2

यदि ${}^{n}P_4 : {}^{n\ 1}P_5 \quad 3:1$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

4. Find the equation of the circle whose centre is (4, 5) and which passes through the centre of the circle $x^2 \quad y^2 \quad 4x \quad 6y \quad 12 \quad 0$. 2

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र (4, 5) है तथा जो वृत्त $x^2 \quad y^2 \quad 4x \quad 6y \quad 12 \quad 0$ के केन्द्र से होकर जाता है।

5. In an AP, the 7th term is 30 and the 10th term is 21. Find the first term, common difference and its nth term. 2

एक समान्तर श्रेढ़ी का 7वाँ पद 30 है तथा 10वाँ पद 21 है। उसका प्रथम पद, सार्व अन्तर तथा nवाँ पद ज्ञात कीजिए।

6. Find the domain of the following function : 2

निम्न फलन का प्रान्त ज्ञात कीजिए :

$$f(x) \quad \frac{x^2 \quad 2x \quad 1}{x^2 \quad 8x \quad 12}$$

7. If $f(x) \quad 3x \quad 1$, $g(x) \quad x^2 \quad 2$, find $f \circ g(x)$ and $g \circ f(x)$. 2

यदि $f(x) \quad 3x \quad 1$, $g(x) \quad x^2 \quad 2$ है, तो $f \circ g(x)$ तथा $g \circ f(x)$ ज्ञात कीजिए।

8. Evaluate : 2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos \sin^{1} \frac{3}{5} \quad \sin^{1} \frac{5}{13}$$

Or / अथवा

Prove the following :

निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\tan^{1} \frac{1}{7} \quad \tan^{1} \frac{1}{13} \quad \tan^{1} \frac{2}{9}$$

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

9. Solve the following for x : 3

निम्न को x के लिए हल कीजिए :

$$3\sqrt{2}x^2 \quad 7x \quad 3\sqrt{2} \quad 0$$

Or / अथवा

Write about the nature of roots of the following quadratic equation :

निम्न द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति के बारे में लिखिए :

$$\sqrt{2}t^2 \quad 3t \quad 3\sqrt{2} \quad 0$$

10. Simplify : 3

सरल कीजिए :

$$\cos x \begin{matrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{matrix} \quad \sin x \begin{matrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & \sin x \end{matrix}$$

www.FirstRanker.com

11. Find the points on the curve $y \quad x^3$ at which the slope of tangent is equal to the y-coordinate. 3

वक्र $y \quad x^3$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श-रेखा की ढाल (slope), y-निर्देशांक के बराबर है।

Or / अथवा

Prove the following using properties of determinants :

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \quad (a \quad b)(b \quad c)(c \quad a)$$

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

12. Evaluate : 3

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \quad 0} \frac{\tan x \quad \sin x}{x(1 \quad \cos 2x)}$$

Or / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \quad 2} \frac{\sqrt{3 \quad x} \quad 1}{2 \quad x}$$

www.FirstRanker.com

13. What is the probability that a leap year, selected at random, will contain 53 Sundays? 3

एक यादृच्छया चुने गए लीप वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता क्या है?

14. Using principle of mathematical induction, prove the following : 4

गणितीय आगमन के सिद्धान्त का प्रयोग कर निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$1.3 \quad 3.5 \quad 5.7 \quad \ldots \quad (2n \quad 1)(2n \quad 1) \quad \frac{1}{3} n(4n^2 \quad 6n \quad 1)$$

Or / अथवा

Find the middle term in the expansion of $(x^2 \quad y^2)^8$.

$(x^2 \quad y^2)^8$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

15. Find the equation of the line through the point (2, 3) such that the segment of the line intercepted between the axes is bisected at this point. 4

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 3) से होकर जाती है तथा ऐसी है कि अक्षों के बीच उसका अन्तःखंडित भाग उस बिन्दु पर समद्विभाजित होता है।

16. Find the equation of the circle which passes through (0, 0) and makes intercepts a and b on the coordinate axes. 4

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो (0, 0) से होकर जाता है तथा निर्देशांक अक्षों पर a तथा b अन्तःखंड काटता है।

17. Differentiate the following with respect to x : 4

निम्न का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए :

$$y \quad \sin^{1} \frac{1 \quad x^2}{1 \quad x^2}$$

Or / अथवा

If $\sin y \quad x \sin(a \quad y)$, then prove that $\frac{dy}{dx} \quad \frac{\sin^2(a \quad y)}{\sin a}$.

यदि $\sin y \quad x \sin(a \quad y)$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} \quad \frac{\sin^2(a \quad y)}{\sin a}$.

18. Solve the following differential equation : 4

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} \quad \frac{y}{x} \quad e^{x}$$

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

19. Calculate the mean and variance for the following distribution : 4

निम्न बंटन के लिए माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए :

Marks *अंक*	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90
No. of Students *विद्यार्थियों की संख्या*	5	4	13	15	14	5	4

20. Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूहों का प्रयोग करके निम्न समीकरण-निकाय को हल कीजिए :

$$x \quad 2y \quad 3z \quad 4, \; 2x \quad 3y \quad 2z \quad 2, \; 3x \quad 3y \quad 4z \quad 11$$

21. The product of the first three terms of a GP is 1000. If we add 6 to its second term and 7 to its third term, the three terms form an AP. Find the terms of the GP. 6

एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के प्रथम तीन पदों का गुणनफल 1000 है। यदि इसके दूसरे पद में 6 जोड़ा जाये तथा तीसरे पद में 7 जोड़ा जाये, तो यह तीन पद समान्तर श्रेढ़ी बनाते हैं। गुणोत्तर श्रेढ़ी के पद ज्ञात कीजिए।

www.FirstRanker.com

22. Find the general solution of the following trigonometric equation : 6

निम्न त्रिकोणमितीय समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$2\cos^2 \quad 3\sin \quad 0$$

Or / अथवा

In any triangle ABC, prove the following :

किसी त्रिभुज ABC में निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\cos A}{a} \quad \frac{\cos B}{b} \quad \frac{\cos C}{c} \quad \frac{a^2 \quad b^2 \quad c^2}{2abc}$$

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

23. Find two positive numbers x and y such that their sum is 35 and the product x^2y^5 is maximum. 6

दो धन संख्याएँ x तथा y ज्ञात कीजिए जिनका योग 35 है तथा गुणन x^2y^5 अधिकतम है।

24. Evaluate the following as limit of sum : 6

निम्न का योगों की सीमा के रूप में मान ज्ञात कीजिए :

$$_0^2(x \quad 4)\, dx$$

Or / अथवा

Find the area of the region bounded above by $y \quad x \quad 6$, bounded below by the curve $y \quad x^2$ and bounded on the sides by the lines $x \quad 0$ and $x \quad 2$.

$y \quad x \quad 6$ द्वारा ऊपर से, वक्र $y \quad x^2$ द्वारा नीचे से तथा आस-पास से रेखाओं $x \quad 0$ तथा $x \quad 2$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

www.FirstRanker.com

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

SECTION–B

खण्ड–ब

OPTION–I

विकल्प–I

(Vectors and 3-Dimensional Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

25. Determine a unit vector parallel to the resultant of two vectors $\vec{a} \quad 3\hat{i} \quad 2\hat{j} \quad 4\hat{k}$ and $\vec{b} \quad \hat{i} \quad \hat{j} \quad 2\hat{k}$. 2

दो सदिशों $\vec{a} \quad 3\hat{i} \quad 2\hat{j} \quad 4\hat{k}$ और $\vec{b} \quad \hat{i} \quad \hat{j} \quad 2\hat{k}$ के परिणामी सदिश के समान्तर एक इकाई सदिश ज्ञात कीजिए।

www.FirstRanker.com

26. Let $\vec{a} \quad 4\hat{i} \quad 5\hat{j} \quad \hat{k}$, $\vec{b} \quad \hat{i} \quad 4\hat{j} \quad 5\hat{k}$ and $\vec{c} \quad 3\hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$. Find a vector $\vec{d}$ which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$, and $\vec{d} \quad \vec{c} \quad 21$. 3

माना $\vec{a} \quad 4\hat{i} \quad 5\hat{j} \quad \hat{k}$, $\vec{b} \quad \hat{i} \quad 4\hat{j} \quad 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} \quad 3\hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$ तीन सदिश हैं। एक ऐसा सदिश $\vec{d}$ ज्ञात कीजिए जो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ पर लम्ब है तथा $\vec{d} \quad \vec{c} \quad 21$ है।

27. The foot of the perpendicular drawn from the origin to a plane is (4, 2, 5). Find the equation of the plane. 4

मूलबिन्दु से किसी समतल पर डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक (4, 2, 5) हैं। उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

28. Find the coordinates of the foot of the perpendicular from the point (0, 2, 3) on the line $\frac{x \quad 3}{5} \quad \frac{y \quad 1}{2} \quad \frac{z \quad 4}{3}$. Also find the length of the perpendicular. 6

रेखा $\frac{x \quad 3}{5} \quad \frac{y \quad 1}{2} \quad \frac{z \quad 4}{3}$ पर बिन्दु (0, 2, 3) से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। लम्ब की लम्बाई भी ज्ञात कीजिए।

Or / अथवा

Find the centre and radius of the circle given by the equations $x^2 \quad y^2 \quad z^2 \quad 6x \quad 4y \quad 12z \quad 36 \quad 0, \; x \quad 2y \quad 2z \quad 1$.

समीकरण $x^2 \quad y^2 \quad z^2 \quad 6x \quad 4y \quad 12z \quad 36 \quad 0, \; x \quad 2y \quad 2z \quad 1$ द्वारा प्राप्त वृत्त का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

www.FirstRanker.com

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

OPTION–II

विकल्प–II

(Mathematics for Commerce, Economics and Business)

(वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

25. Renu had 2000 preferred shares and 5000 ordinary shares of a company of par value ₹ 10 each. If the dividend declared on preferred shares is 20% and is 12% on ordinary shares, find the annual dividend of Renu. 2

रेणु के पास किसी कम्पनी के ₹ 10 अंकित मूल्य वाले 2000 प्रिफरेंस शेयर तथा 5000 साधारण शेयर हैं। यदि प्रिफरेंस शेयर पर घोषित लाभांश 20% तथा साधारण शेयर पर 12% है, तो रेणु द्वारा प्राप्त वार्षिक लाभांश ज्ञात कीजिए।

26. Construct by simple average of price relative method the price index of 2010 taking 2006 as base year from the following data : 3

निम्न आँकड़ों से मूल्यानुपातों के सरल माध्य की रीति से वर्ष 2006 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 2010 का मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए :

Commodity (*वस्तु*)	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
Price in 2006 (in ₹) *2006 में मूल्य* (₹ में)	60	50	60	50	25	20
Price in 2010 (in ₹) *2010 में मूल्य* (₹ में)	80	60	72	75	$37\frac{1}{2}$	30

www.FirstRanker.com

27. Mrs. Ahuja's unit stitches 20 ladies suits per day out of which 50% are exported to USA and the rest are sold in domestic market. In preparing one suit, 5 m cloth is required which is purchased at ₹ 120 per metre and she adds ₹ 100 per suit. If excise duty on cloth is 5%, then calculate how much excise duty she has to pay to the Govt. at the end of the month using Cenvat transaction method. 4

श्रीमती आहुजा की इकाई 20 लेडी सूट प्रतिदिन सिलती हैं जिसमें से वह 50% अमेरिका निर्यात कर देती है तथा शेष घरेलू मार्किट में बेचती है। एक सूट सिलने में 5 मी० कपड़ा लगता है जो ₹ 120 प्रति मी० के भाव से मिलता है तथा वह प्रत्येक सूट पर ₹ 100 मूल्य जोड़ देती है। यदि कपड़े पर शुल्क 5% हो, तो ज्ञात कीजिए कि सैनवाट सौदे का तरीका प्रयोग कर उसे सरकार को मासिक कितना शुल्क देना पड़ेगा।

www.FirstRanker.com

FirstRanker.com
Firstranker's choice
www.FirstRanker.com www.FirstRanker.com

28. The cost function of a firm is given by $C \quad 2x^2 \quad x \quad 5$. Find *(a)* the average cost and *(b)* the marginal cost, when $x \quad 4$. 6

किसी फर्म का लागत फलन $C \quad 2x^2 \quad x \quad 5$ द्वारा प्रदत्त है। (क) औसत लागत तथा (ख) सीमान्त लागत ज्ञात कीजिए, जब $x \quad 4$ है।

Or / अथवा

The demand function of a product is $x \quad 70 \quad 5p$, where x is the number of units produced and p is the price per unit. At what value of x will there be maximum revenue? Also find the maximum revenue.

एक उत्पाद का माँग फलन $x \quad 70 \quad 5p$ है, जहाँ x उत्पादित इकाइयाँ तथा p प्रति इकाई मूल्य है। x के किस मान पर अधिकतम आय होगी? अधिकतम आय भी ज्ञात कीजिए।

★ ★ ★

www.FirstRanker.com

www.FirstRanker.com